

例 4. 某几何体的正视图、侧视图如图 5 所示, 求该几何体的俯视图的面积.

解析: 由正视图、侧视图可得该几何体是三棱柱, 三棱柱的底面是有一个角是 30° 斜边为 4 且斜边上的高为 $\sqrt{3}$ 的直角三角形, 该几何体的俯视图的面积为 $\frac{1}{2} \times 2 \times 2\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$.

点评: 本题考查了空间几何体的俯视图的面积问题, 解题时应根据三视图, 得出该几何体是什么几何图形, 俯视图的形状, 考查学生的空间想象能力.

例 5. 如图 6 是某几何体的三视图(单位:m), 求其表面积.

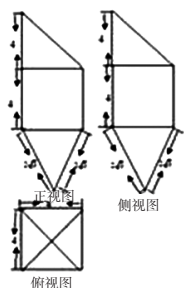


图 6

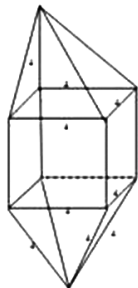


图 7

解析: 依题意可得几何体是一个组合体, 它的上部是有一条长为 4m 的棱垂直于底面 (边长为) 的四棱锥, 中间部分是棱长为 4m 的正方体, 下部分是棱长为的正四面体, 上部分的表面积为 $\frac{1}{2} \times 4 \times 4 \times 2 + \frac{1}{2} \times 4 \times 4 \sqrt{2} \times 2 = 16 + 16\sqrt{2} \text{ m}^2$, 中间的为 $4 \times 4 \times 4 = 64 \text{ m}^2$, 下部分的为 $\frac{1}{2} \times 4 \times 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times 4 = 16\sqrt{3} \text{ m}^2$, 故所求的表面积为 $(80 + 16\sqrt{2} + 16\sqrt{3}) \text{ m}^2$.

点评: 解答本题的关键是由所给出的三视图将它还原成直观图, 再利用有关的公式求解即可. 此题的易错点是将正四面体的棱长误认为是 $2\sqrt{3}$, 从而导致结果出错.

例 6. 已知几何体的三视图如图 8 所示, 求几何体的表面

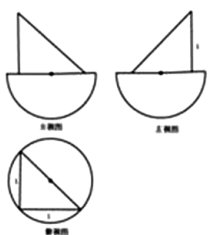


图 8

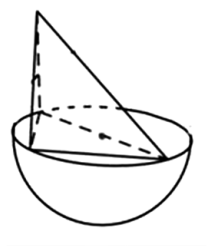


图 9

积.

解析: 这个上部分是一个三棱锥, 下部分是半球, 如图 9 所示, 所以 $S_{\text{表}} = \frac{1}{2} \times 4\pi \times (\frac{\sqrt{2}}{2})^2 + \pi (\frac{\sqrt{2}}{2})^2 + 2 \times \frac{1}{2} \times 1 \times \frac{1}{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sin 60^\circ = \frac{3\pi + 2 + \sqrt{3}}{2}$.

点评: 本题考查三视图、组合体的表面积, 解答的关键是能由几何体的三视图还原成它的直观图, 几何体表面积求法: (1) 多面体的表面积是各个面的面积之和; (2) 旋转体的表面积等于侧面面积与底面面积之和, 计算旋转体的侧面积时, 一般采用转化的方法来进行, 即将侧面展开化为平面图形来解决; (3) 简单组合体, 应搞清各构成部分, 并注意重合部分的处理; (4) 若以三视图的形式给出, 解题的关键是对给出的三视图进行分析, 从中发现几何体中各元素间的位置关系及数量关系, 得到几何体的直观图, 然后根据条件求解. 近十年来有 2016 新课标全国卷 I, 2016 新课标全国卷 II, 2016 新课标全国卷 III, 2015 新课标全国卷 I, 以三视图结合面积问题进考查, 希望同学们要注意归纳总结这种题型的解法.

总结: 根据三视图还原几何体的技巧策略: (1) 对柱、锥、台、球的三视图要相当熟悉, (2) 明确三视图的形成原理, 并且能结合空间想象将三视图还原成直观图; (3) 遵循“长对正、宽平齐、高相等”的原则. 特别要注意, 对于简单组合体的三视图, 首先要确定正视、侧视、俯视的方向, 其次要注意组合体由那些几何体组成, 弄清它们的组成方式, 特别注意它们交线的位置, 区分好实线和虚线的不同.

热点二、与球有关的组合体问题

本知识点的命题要点: (1) 球的表面积或体积问题; (2) 与球有关的组合体问题

本部分内容是高考的常考点, 纵观近几年高考对于球有关的组合体的考查, 其重点放在与球相关的外接与内切问题上, 解答此类问题要求学生要有较强的空间想象能力和准确的计算能力, 题型以选择或填空题为主, 如 2016 年全国卷 I, 难度中等偏上, 在解决这类问题时, 一是善于把问题平面化, 把平面问题转到直角三角形问题中处理; 二是将变化的模型转化到固定的长方体或正方体中, 这样就能起到事半功倍的效果. 预测 2017 年高考命题角度主要有以下两种: (1) 球与柱体的内切和外接问题; (2) 球与锥体的内切与外接问题.

例 7. 已知三棱锥 $S-ABC$ 外接球的表面积为 32π , $\angle ABC = 90^\circ$, 三棱锥 $S-ABC$ 的三视图如图 10 所示. 求其侧视图的面积的最大值.

解析: 因为三棱锥 $S-ABC$ 外接球的表面积为 32π , 所以 $4\pi r^2 = 32\pi$, 故外接球的半径为 $r = 2\sqrt{2}$, 由三视图得, $SC \perp$ 平面 ABC , 构造长方

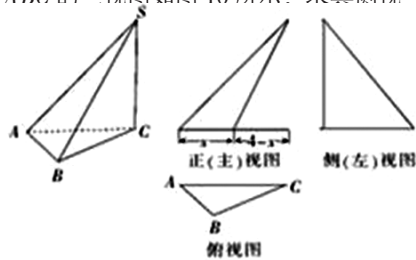


图 10